

# EXERCICES EN CLASSE

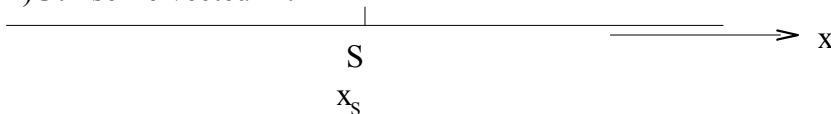
## Sommaire

EXOS ONDES GÉNÉRALITÉS (semaines 1 et 2)	2
EXOS OPTIQUE GEOMETRIQUE: LENTILLES ET MIROIRS (semaines 2 et 3)	4
EXOS OPTIQUE GEOMETRIQUE: REFRACTION (semaines 2 et 3)	5
EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE:(semaines 3 et 4)	6
EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS UN PLASMA:(semaines 4 et 5)	7
EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES REFLEXION GUIDE D'ONDES:(semaines 5 et 6)	8
EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES RAYONNEMENT:(semaines 6 et 7)	9
EXOS THERMIQUE: CONDUCTION CONDUCTO-CONVECTION: (semaines 8 et 9)	10
EXOS THERMIQUE: RAYONNEMENT: (semaines 9 et 10)	12
EXOS THERMO MATHS SUP (semaines 4 à 11)	15
EXOS DIAGRAMMES E-pH (semaines 6 à 9)	18
EXOS DIAGRAMMES BINAIRES (semaines 10 à 14)	19
EXOS ELECTRONIQUE (semaines 9 à 16)	25
EXOS MECANIQUE CINEMATIQUE ( semaines 11 et 12)	28
EXOS MECANIQUE: CINETIQUE ( semaine 12)	30
EXOS MECANIQUE: DYNAMIQUE ENERGETIQUE SOLIDE (semaines 13 à 18)	31
EXOS MECANIQUE SUP (non traité)	34
EXOS THERMOCHIMIE (à partir de la semaine 16)	35
EXOS ELECTROMAGNETISME: ELECTROSTATIQUE SPE (à partir de la semaine 18)	37
EXOS THERMO MATHS SUP: STATIQUE DES FLUIDES (non traité)	40
EXOS OPTIQUE PHYSIQUE: CHEMIN OPTIQUE (à mettre à jour)	42
EXOS OPTIQUE PHYSIQUE: INTERFERENCES A 2 ONDES ET COHERENCE (à mettre à jour)	43
EXOS OPTIQUE PHYSIQUE: MICHELSON (en cours)	44
EXOS ELECTROMAGNETISME: INDUCTION (semaine 21)	45

## EXOS ONDES GÉNÉRALITÉS (semaines 1 et 2)

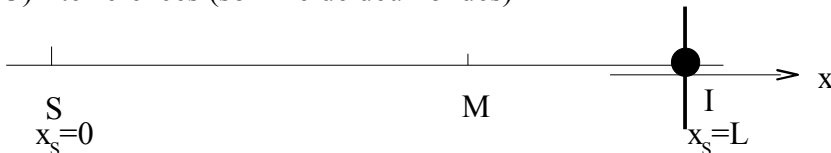
1) Notion de phase: Une masse oscille verticalement, sans frottement, suspendue à un ressort vertical. On trouve:  $x = a \exp(j\omega t)$  avec  $a = a \exp(-j\varphi)$ . Nommer et dire à quoi correspondent physiquement  $x$ ,  $a$ ,  $\varphi$ . Étudier  $\varphi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ . En comparant deux cas (graphe), indiquer si  $\varphi$  positif traduit ici une avance ou un retard.

2) Utiliser le vecteur  $k$ :



C'est une corde infinie de chaque côté et la source  $S$  sur la corde vibre transversalement, émettant une onde  $\underline{\Psi} = a \exp j(\omega t - \varphi_s)$  qui se propage avec une célérité  $c$ . On admet que l'amplitude se divise en deux de chaque côté. Écrire l'onde en  $M$  dans les deux cas  $x > x_s$  et en  $x < x_s$ .

3) Interférences (somme de deux ondes)



Corde. En  $S$ , émission de l'onde  $\underline{\Psi} = a \exp j(\omega t - \varphi_s)$ . Écrire l'onde incidente en  $M$ . Écrire l'onde réfléchie sachant que le point  $I$  de la corde est fixe. Déterminer le coefficient de réflexion en amplitude  $r = \frac{\text{onde juste après la réflexion}}{\text{onde juste avant la réflexion}}$ . Retrouver la position des nœuds et des ventres.

Reprendre la recherche des nœuds et des ventres à partir de la différence de phase entre les ondes qui interfèrent.

Reprendre la recherche des nœuds et des ventres à partir de la différence de marche entre les ondes qui interfèrent.

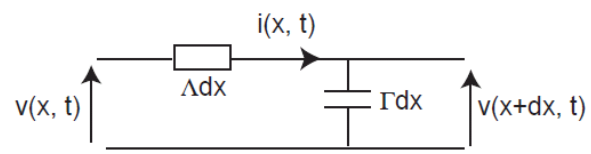
4) Exercice oral CCP: équation d'onde, onde de courant et onde de tension

On considère une ligne électrique dont chaque portion de longueur élémentaire  $dx$  est modélisée par une inductance élémentaire  $\Lambda dx$  et une capacité élémentaire  $\Gamma dx$ .

-Établir les deux équations différentielles vérifiées par  $i(x, t)$  et  $v(x, t)$ . Quelle est la forme des solutions?

-Mettre en évidence une constante  $c$  homogène à une vitesse. Expliquer sa signification.

-On applique en  $x=0$  une tension de la forme:  $\underline{v}(0, t) = E_0 \exp(j\omega t)$ . Quelle est la forme de la solution complexe  $\underline{v}(x, t)$ . Sachant qu'en  $x=L$ , on applique une impédance  $Z_L$ , déterminer l'expression de  $\underline{v}(x, t)$  et  $\underline{i}(x, t)$ .



## **EXOS OPTIQUE GEOMETRIQUE: LENTILLES ET MIROIRS (semaines 2 et 3)**

1)Objet à l'infini:

Lentille convergente de focale  $f'$  et objet très loin (à l'infini) vu sous un diamètre apparent  $\alpha$  .  
Construction de l'image et taille de l'image.

2)Rayons quelconques:

Construire la marche d'un rayon incident quelconque à travers une lentille mince convergente.  
Construire la marche d'un rayon émergent quelconque à travers une lentille mince convergente.  
Idem pour une lentille mince divergente

3)Constructions pour une lentille mince dans le cas particulier d'un objet entre le centre optique et le foyer objet:

Lentille convergente. Faire la construction de l'image (3 rayons)..En quoi s'agit-il d'un cas particulier?

Lentille divergente. Faire la construction de l'image (3 rayons)..En quoi s'agit-il d'un cas particulier?

4)Tous les cas pour une lentille mince divergente

Tracer la figure dans tous les cas possibles d'objet et d'image.

5)Construction miroirs:

Miroir concave: on considère un miroir sphérique concave de centre  $C$  , de sommet  $S$  , de foyers  $F$  et  $F'$  . Construire l'image  $A'B'$  de  $AB$  avec les quatre rayons intéressants dans le cas d'une image virtuelle puis dans un cas d'image réelle avec objet réel.

Miroir convexe: Idem pour un miroir convexe dans le cas d'une image réelle puis dans un cas d'image virtuelle avec objet virtuel.

6)Rappeler les formules de conjugaison pour les lentilles et les formules de grandissement.

Démontrer les formules de grandissement.

Rappeler les formules de conjugaison pour les miroirs et les formules de grandissement. Démontrer les formules de grandissement.

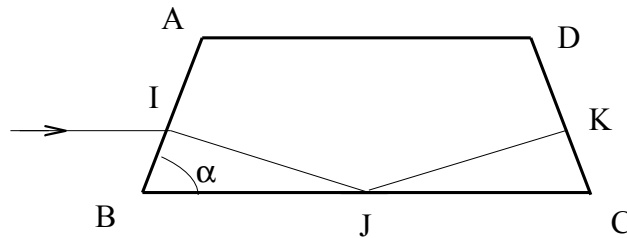
7)Exercices oraux CCP divers

## EXOS OPTIQUE GEOMETRIQUE: REFRACTION (semaines 2 et 3)

1) Exercice oral CCP 2011 Saint-Rémi: Denis Hallaert

PARTIE A

Soit un prisme régulier ABCD d'indice  $n$ .

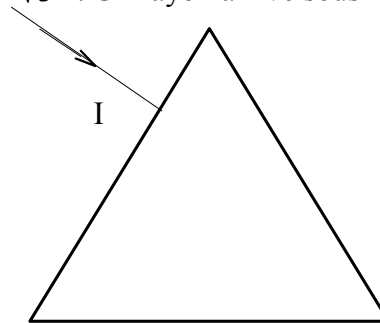


Un rayon lumineux arrive en  $I$  et subit une réflexion totale en  $J$ .

1. Reproduire le graphique en y portant l'angle d'incidence  $i$  et l'angle de réfraction  $r$ .
2. Quel est l'angle de réfraction en  $K$  ?
3. Exprimer en fonction de  $n$ ,  $r$  et  $\alpha$ , la condition de réflexion totale en  $J$ .

PARTIE B

Soit un prisme équilatéral d'indice  $\sqrt{3}$ . Un rayon arrive sous incidence normale en  $I$ .



1. Comment le rayon sort-il du prisme ?
2. Y a-t-il dispersion pour de la lumière blanche ?
3. Pour quel angle d'incidence la rayon serait-il le moins dévié ?

2) Exercices oraux CCP divers

## EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE:(semaines 3 et 4)

1) OPPM dans le vide?

On décide de définir une OPPM par l'expression mathématique  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - \vec{k} \vec{r})$  (si  $\vec{k}$  est réel, c'est une onde dite homogène et si  $\vec{k}$  est complexe c'est une onde non homogène)

Pour les ondes qui suivent,

- Peut-on trouver un  $\vec{k}$  cf: écriture ci-dessus.
- Trouver directement  $\vec{B}$  et retrouver en utilisant  $\vec{k}$  - si possible- (formule classique si elle est utilisable)
- Déterminer s'il peut s'agir d'une onde dans le vide  
 (-pour vérifier  $\rho=0$ , utiliser Maxwell-Gauss ou montrer que  $\vec{k}$  est orthogonal à  $\vec{E}$ ,  
 -pour vérifier  $\vec{j}=\vec{0}$  on peut alors se demander si l'équation de propagation dans le vide est vérifiée plutôt que vérifier Maxwell-Ampère. On obtiendra alors une équation à vérifier, par exemple entre  $k$  et  $\omega$ )
- Déterminer si les surfaces équiphasés sont des plans. Se demander si ces surfaces équiphasés sont aussi équiampitudes.
- Dans le cas où l'onde n'est pas une OPPM, la décomposer en OPPM

- a)  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$
- b)  $\vec{E} = \underline{E}_0 \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_x$
- c)  $\vec{E} = \underline{E}_0 \exp j(\omega t - k_1 x - k_2 y) \vec{u}_z$
- d)  $\vec{E} = E_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_z$
- e)  $\vec{E} = \underline{E}_0 \exp(-\alpha x) \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_z$
- f)  $\vec{E} = \underline{E}_0 \exp(-\alpha y) \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_z$
- g)  $\vec{E} = E_0 \sin(\pi \frac{y}{a}) \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_z$

2) Exercices oraux CCP divers

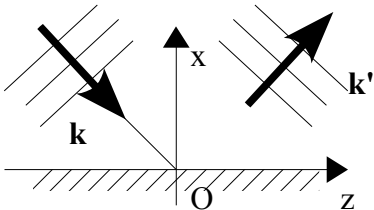
# **EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS UN PLASMA:(semaines 4 et 5)**

1)Exercices oraux CCP divers

---

## EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES

### REFLEXION GUIDE D'ONDES:(semaines 5 et 6)



1) On considère dans le vide deux OPPM. La première est une onde incidente connue polarisée dans le plan d'incidence  $xOz$  telle que  $\vec{B} = B_0 \exp j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{u}_y$ . Son angle d'incidence vaut  $\theta$ . Elle se réfléchit sur un conducteur parfait et donne naissance à une deuxième onde inconnue  $\vec{B}' = B'_0 \exp j(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r}) \vec{u}_y$ . Déterminer  $\vec{E}_{tot}$  et  $\vec{B}_{tot}$ .

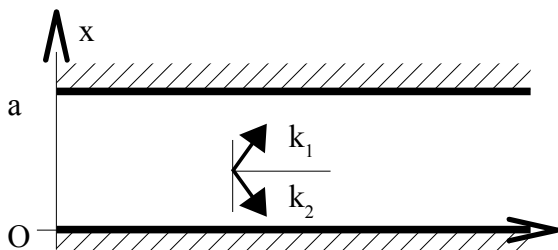
Déterminer la position des plans nodaux et ventraux. Déterminer  $\sigma$  et  $\vec{j}_s$ .

2) On considère une cavité vide, parallélépipédique, aux parois parfaitement conductrices, de dimensions  $a, b, c$  respectivement sur  $Ox, Oy$  et  $Oz$ . Une onde électromagnétique existe dans cette cavité. Le champ électrique s'écrit:

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{c}\right) \sin(\omega t) \vec{u}_x$$

Répartition des charges ? Conditions sur  $n$  et  $p$  pour satisfaire les relations de passage ?

Relation entre  $\omega$ , la célérité  $c_0$  de la lumière et les dimensions du conducteur. Champ  $\vec{B}$  ?



3) On étudie la propagation dans le vide d'une onde électromagnétique, de longueur d'onde  $\lambda_0$ , entre deux plans parallèles conducteurs parfaits distants de  $a$ . La vitesse de la lumière dans le vide est notée  $c$ . Les deux ondes sont polarisées rectilignement selon  $\vec{u}_y$ , de même pulsation. Les vecteurs d'ondes  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  sont symétriques par rapport au plan  $(\vec{u}_x, \vec{u}_z)$ . On note l'angle de  $\vec{k}_1$  avec  $\vec{u}_z$   $\alpha$  et  $\vec{k}_2$  avec  $\vec{u}_z$   $\beta$ . Les champs électriques  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  de ces ondes s'écrivent au point  $O$  :

$$\vec{E}_1 = E_{10} \exp j(\omega t) \vec{u}_y$$

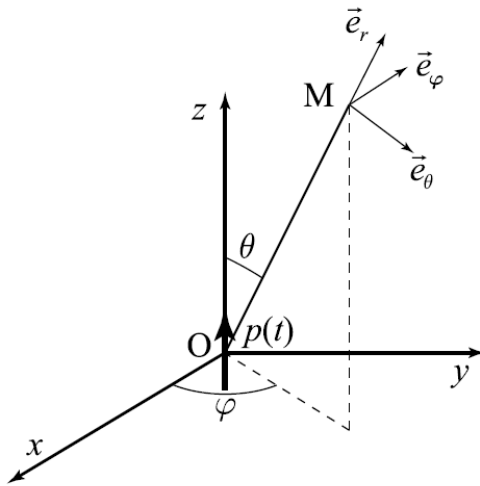
$$\vec{E}_2 = E_{20} \exp j(\omega t) \vec{u}_y$$

Exprimer les champs électriques des deux ondes. Montrer que pour un guide et une onde où  $a$  et  $\lambda_0$  sont fixés, il existe un nombre fini de modes de propagation. Exprimer le nombre  $N$  de modes. A quelles conditions le guide est-il monomode? Donner pour le guide monomode, l'expression du champ  $\vec{E}$ , du champ  $\vec{B}$  et du vecteur de Poynting  $\vec{\pi}$  en fonction des données  $(a, \lambda_0, c \dots)$ .

4) Exercices oraux CCP divers



## EXOS ONDES ELECTROMAGNETIQUES RAYONNEMENT:(semaines 6 et 7)



1) On rappelle que le potentiel vecteur créé par un dipôle électrique oscillant placé en  $O$  de moment dipolaire  $\vec{p}$  dirigé suivant  $\vec{u}_z$  au temps  $t$  et à la distance  $r$  du dipôle est:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\dot{\vec{p}}(t - \frac{r}{c})}{r} \vec{u}_z \quad . \text{ On donne:}$$

$$\vec{p}(t) = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z \quad .$$

Rappeler les hypothèses permettant d'obtenir cette expression. Définir la zone de rayonnement.

Justifier par des considérations de symétrie la direction des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  dans la zone de

rayonnement.

L'onde électromagnétique est-elle une onde plane? Une onde quasi-plane? Justifier et en déduire

l'expression de  $B_\phi$  puis de  $E_\theta$ . On montrera que  $E_\theta = \frac{-\omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r c^2} p_0 \cos[\omega(t - \frac{r}{c})]$ .

Exprimer le vecteur de Poynting  $\vec{R}$  de cette onde et sa valeur moyenne  $\langle \vec{R} \rangle$ .

Montrer que l'énergie moyenne rayonnée par unité de temps, à travers la sphère de rayon  $r$ , est de la forme  $P_R = C p_0^2 \omega^4$  où l'on exprimera la constante  $C$  en fonction de  $\epsilon_0, c$ .

## EXOS THERMIQUE: CONDUCTION CONDUCTO-CONVECTION: (semaines 8 et 9 )

1) Exercices oraux CCP divers

2) Ailette

On veut étudier une ailette de refroidissement cylindrique de rayon  $a$ . L'extrémité de l'ailette en  $z=0$  est en contact thermique parfait avec le solide maintenu à la température  $T_0$ . L'ailette sert à évacuer la « chaleur » grâce aux échanges conducto-convectifs avec l'ambient de température  $T_a$  au niveau de la surface latérale de l'ailette. La conductivité de l'ailette est  $\lambda$ , la chaleur massique  $c$ , la masse volumique  $\rho$  et le coefficient de transfert conducto-convectif est  $h$ . Dans l'ailette, on admettra que le transfert conductif est monodimensionnel donc  $T=T(z,t)$ . La longueur de l'ailette est  $l$ .

Écrire l'équation différentielle aux dérivées partielles dont  $T(z,t)$  est solution. On se place dans la suite en régime stationnaire.

Résoudre l'équation différentielle en régime stationnaire et définir  $L$ : longueur caractéristique du problème.

On suppose  $l \gg L$  ce qui revient à imaginer une ailette de longueur infinie. Déterminer la puissance thermique évacuée par l'ailette.

3) Thermique en sphériques

Retrouver l'équation de la chaleur en présence de sources volumiques pour un problème à symétrie sphérique

4) Thermique en cylindrique en régime permanent

Un barreau d'uranium cylindrique de rayon  $R$  et de longueur  $l \gg R$  dégage  $q$  joules par unité de temps et de volume. La conductivité thermique du barreau est  $\lambda$ .

Déterminer  $T(r)$  en régime stationnaire en supposant que le contact avec l'ambient de température  $T_0$  est parfait.

Déterminer  $T(r)$  en considérant qu'il y a conducto-convection.

5) Thermique en sphériques en régime permanent

Une boule ( *système 1* ) de rayon  $R_1$ , de conductivité  $\lambda_1$ , radioactive, dégage une puissance thermique volumique homogène de densité  $p_V$ . Cette boule est entourée d'une coque sphérique ( *système 2* ) de conductivité  $\lambda_2$ , d'épaisseur  $R_2 - R_1$ , de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$ . En  $R_1$  le contact thermique est parfait et en  $R_2$  il y a des échanges conducto-convectifs (de coefficient  $h_3$ ) avec l'ambient à la température  $T_3$ . On se place en régime stationnaire. Déterminer la température en tout point

6) Ondes thermiques

On considère le sol de conductivité thermique  $\lambda$ , de masse volumique  $\rho$  et de capacité thermique massique à pression constante  $c$  remplissant le demi-espace  $z > 0$ . On donne la

valeur de la diffusivité thermique  $a = 2 \cdot 10^{-7}$  unités S.I. . On s'intéresse à des variations de température sinusoïdales dans le temps dont on notera  $\omega$  la pulsation. On impose une température variable en  $z=0$  :  $T(z=0, t) = T_0 + \text{Re}(\theta_{MAX} \exp(i\omega t))$  . Dans le sol, on recherche une solution sous la forme  $T(z, t) = T_0 + \text{Re}(f(z) \exp(i\omega t))$  .

Quelle est l'équation différentielle vérifiée par  $f(z)$  . En introduisant la grandeur  $\delta = \sqrt{\frac{2a}{\omega}}$  , trouver l'expression générale physiquement acceptable de  $f(z)$  . Écrire  $T(z, t)$  .  
Calculer la valeur numérique de  $\delta$  dans les cas où l'on s'intéresse à des variations journalières de la température puis dans le cas où l'on s'intéresse à des variations annuelles de la température.

---

## EXOS THERMIQUE: RAYONNEMENT: (semaines 9 et 10)

### 1) Modélisation d'une maison

-On étudie le flux de chaleur à travers le mur d'une maison ( surface  $S$  , épaisseur  $\ell$  , conductivité thermique  $\lambda$  ). Les échanges conducto-convectifs ( et radiatifs ) avec l'intérieur de la maison à la température  $T_{\text{int}}$  font intervenir le coefficient  $h_{\text{int}}$  et les échanges conducto-convectifs ( et radiatifs ) avec l'extérieur de la maison à la température  $T_{\text{ext}}$  font intervenir le coefficient  $h_{\text{ext}}$  . On se place en régime permanent.

Justifier que le mur puisse être décrit par l'association en série de trois résistances. Représenter le profil de température du mur. En déduire la résistance du mur  $R_{\text{mur}}$  . Quelles sont les températures des deux faces du mur en régime permanent.

-On étudie le flux de chaleur à travers une paroi en double vitrage de surface  $S'$  . Elle est formée de deux vitres de conductivité  $\lambda_V$  ayant chacune une épaisseur  $e_V$  séparées par une mince couche d'air de conductivité  $\lambda_A$  et d'épaisseur  $e_A$  . Les températures sur les surfaces externes sont  $T_1$  et  $T_2$  . On se place en régime permanent. Écrire toutes les équations reliant températures et flux de chaleur sachant que au niveau de la couche d'air («très mince») on n'a à tenir compte que de deux modes sur trois de transfert de chaleur. Justifier. En linéarisant, justifier que le double vitrage puisse être considéré comme l'association de résistances entre  $T_1$  et  $T_2$  . Préciser la résistance totale. On supposera que cette paroi est assimilée à une résistance thermique  $R_{\text{vitre}}$  entre l'intérieur et l'extérieur.

-On décrit la maison de la façon simplifiée suivante :un mur (le mur précédent). L'extérieur est à la température  $T_{\text{ext}}$  ; une paroi vitrée en double vitrage (la paroi vitrée précédente); une dalle de sol. Le sol est à la température  $T_{\text{sol}}$  ; un chauffage fournissant une puissance constante  $P$  . La température  $T(t)$  de l'intérieur de la maison de capacité thermique  $C$  est au départ à  $T_{\text{ext}}$  . La capacité thermique du mur, celle de la paroi vitrée et celle de la dalle sont supposées très inférieures à  $C$  .

Justifier que la mur, la dalle et la paroi vitrée se comportent comme trois résistances thermiques  $R_{\text{mur}}$  ,  $R_{\text{vitre}}$  et  $R_{\text{dalle}}$  ( approximation des régimes quasi permanents ) .

Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $T(t)$  et résoudre. (Introduire la température  $T_{\text{lim}}$  et un temps caractéristique  $\tau$  )

-Montrer que le problème se modélise en utilisant un générateur de courant, deux générateurs de tension, trois résistances et un condensateur. Vérifier que l'équation pour le circuit électrique proposé est bien analogue à celle du problème thermique.

### 2) Rayonnement: divers

#### Partie 1

Un fluide transparent s'écoule dans une conduite cylindrique infinie dont les parois sont à la température  $T_A=750\text{K}$  . Le centre de la veine de fluide au cœur de l'écoulement est à la température  $T_F=700\text{K}$  . On place au centre de l'écoulement une sonde de thermocouple. Cette sonde est une sphère de rayon  $r$  , très petit par rapport au rayon de la conduite. La conductivité thermique  $\lambda$  très grande de la sphère est supposée infinie. On donne aussi la masse volumique  $\mu$  de la sphère et sa chaleur massique  $c$  . La sphère est assimilée à un corps noir de température de surface  $T$  .

L'équilibre thermique de cette sonde se produit sous l'effet du rayonnement incident sur la sphère (les parois sont à la température  $T_A=750K$  ) sous l'effet de son rayonnement propre (la sphère est assimilée à un corps noir), sous l'effet des transferts conducto-convectifs avec le fluide de coefficient  $h=100 W m^{-2} K^{-1}$  . On donne pour la constante de Stefan:

$$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$$

Justifier que la température de la sphère peut être considérée comme uniforme. Quel est l'intérêt de savoir que le fluide est transparent. Écrire le bilan radiatif pour la sphère

On se place en régime permanent. Écrire le bilan thermique pour la sphère; Calculer la température indiquée par le thermocouple (en utilisant la fonction solveur de la machine à calculer). Commenter le résultat. Faire le même calcul en utilisant un calcul approché (on posera  $T=T_F+\Delta T$  avec  $\Delta T \ll T_F$  ).

### Partie 2

On suppose désormais que le fluide est partout à la température des plaques  $T_A$  .Quelle sera la température indiquée par le thermocouple?

### Partie 3

Le fluide étant partout à la température des plaques  $T_A$  , on se propose d'étudier la montée en température de la sphère initialement à la température  $T_0$  . Établir l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(t)$  de la sphère. En supposant  $T_0$  proche de  $T_A$  et en introduisant

$$h_R=4\sigma T_A^3 \text{ pour linéariser le flux radiatif, résoudre et tracer le graphe donnant } T(t) .$$

### 3)Effet de serre

Données:

$$\text{Rayon de la terre } R_T=6,4 \cdot 10^3 km$$

$$\text{Rayon du soleil } R_S=0,70 \cdot 10^6 km$$

$$\text{Distance soleil-terre } d_{ST}=1 U.A.=0,1510^9 km$$

$$\text{Constante de Stefan } \sigma=5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$$

Le soleil et la terre rayonnent comme des corps noirs

-Principe de l'effet de serre

On interpose une vitre au-dessus d'une plaque. L'ensemble est soumis au rayonnement solaire.

Celui-ci est supposé arriver normalement à la vitre et à la plaque. La plaque est noircie et assimilée à un corps noir pour toutes les radiations. La vitre est supposée totalement transparente au rayonnement solaire (corps transparent pour la lumière visible) et absorbant totalement le rayonnement émis par la plaque (corps noir pour le rayonnement infrarouge).

On suppose les échanges thermiques purement radiatifs et l'équilibre radiatif de la plaque et de la vitre atteint. On note  $T_P$  la température de la plaque,  $T_V$  la température de la vitre,  $\varphi_S$  le flux surfacique solaire,  $\varphi_V$  le flux surfacique émis par une des faces de la vitre,  $\varphi_P$  le flux surfacique émis par la plaque.

Écrire le bilan thermique pour la plaque en l'absence de vitre et déterminer sa température

Écrire le bilan thermique de la vitre et de la plaque. On écrira dans chaque cas les expressions des flux partants et incidents. Montrer que la présence de la vitre revient à « doubler  $\varphi_S$  ».

En déduire les valeurs de  $T_P$  et de  $T_V$

$$\text{On prendra } \varphi_S=600 W.m^{-2}$$

-Puissance solaire arrivant sur la terre

Donner l'expression la puissance totale rayonnée par le soleil en fonction de sa température  $T_S$  et de son rayon  $R_S$  . On prendra  $T_S=5800 K$  .

On considère une surface perpendiculaire aux rayons solaires placée à la limite supérieure de

l'atmosphère terrestre (altitude  $80 \text{ km}$  ). Le flux surfacique du rayonnement solaire sur cette surface est appelé constante solaire  $\varphi_s = E_0$  . Donner l'expression de  $E_0$  et calculer sa valeur numérique. Le résultat est de l'ordre de  $1,35 \text{ kW m}^{-2}$  .

Dans la suite, on désigne par  $\varphi_s$  la puissance solaire reçue du soleil par  $1 \text{ m}^2$  de surface terrestre perpendiculaire au rayonnement direct. De nombreux phénomènes (absorption de l'atmosphère...) font que cette valeur est inférieure à  $E_0$  . On la considère souvent de l'ordre de  $1 \text{ kW}$  . En gros, 50% de cette puissance vient du rayonnement solaire direct et 50% du rayonnement diffusé ( par le ciel...etc) .

Exprimer alors en fonction de  $\varphi_s$  la puissance élémentaire arrivant sur une surface élémentaire quelconque  $dS$  de la terre en tenant compte de l'orientation de cette surface. En déduire par intégration la puissance totale arrivant sur la terre. Commenter le résultat obtenu: une méthode plus rapide n'était-elle pas possible?

-Effet de serre pour la terre

Le maximum de rayonnement émis par le soleil correspond à environ  $\lambda = 500 \text{ nm}$  . A quelle couleur correspond ce  $\lambda$  ? En déduire aussi la température externe  $T_s$  du soleil. On rappelle la loi de Wien: la longueur d'onde du maximum de la densité spectrale du rayonnement d'équilibre vérifie  $\lambda_m T = 2898 \mu \text{ m} \cdot \text{K}$  .

Quel est le flux surfacique au niveau de la terre? Quelle est la puissance reçue par la terre en provenance du soleil? Quelle est avec ces seules hypothèses, en fonction de  $T_s$  , la température  $T_0$  de la terre?

On tient compte de l'albédo (  $A = 35\%$  ). Que devient cette température notée  $T'_0$  , en fonction de  $T_0$  ?

On tient compte de l'atmosphère (effet de serre)

- La terre+atmosphère réfléchit  $A$
- L'atmosphère absorbe une fraction  $\alpha$  (  $= 35\%$  ) du rayonnement solaire qui traverse et absorbe une fraction  $\beta$  (pour l'A.N., on prendra  $100\%$  ) du rayonnement terrestre par rapport au rayonnement du corps noir. Même coefficient  $\beta$  par rapport au rayonnement du corps noir pour son émission.
- La terre est un corps noir

Commenter la différence  $\alpha$  ,  $\beta$  .

Déterminer  $T_A$  ( atmosphère ) et  $T_T$  ( terre ).

#### 4)Écrans

Tous les corps étudiés sont placés dans le vide et sont assimilés à des corps noirs. On néglige les effets de bords. On étudie les échanges thermiques en régime permanent. On donne la constante de Stefan :  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  .

On considère deux thermostats plans maintenus aux températures  $T_1$  et  $T_2$  (  $T_1 > T_2$  ).

Donner, pour une surface  $S$  , l'expression de la puissance thermique échangée entre les deux plans

On insère entre ces deux plans une plaque d'épaisseur  $e$  , de conductivité  $\lambda$  . Écrire les équations permettant d'établir l'expression de la puissance thermique échangée pour une surface  $S$  entre les deux plans en présence de la plaque. Résoudre dans le cas particulier  $\lambda$  infini.

Que devient cette puissance échangée avec deux plaques identiques (  $\lambda$  infini ) entre les thermostats.

#### 5) Exercices oraux CCP divers

## EXOS THERMO MATHS SUP

### (semaines 4 à 11)

#### 1) Compressions monothermes d'un gaz parfait

-Étude qualitative: on réalise la compression monotherme d'un gaz de deux façons: soit par compression très lente qu'on assimilera à une transformation réversible, soit de manière irréversible en appliquant dès le départ la pression finale et en attendant le retour à la température extérieure.

Pour chaque transformation, indiquer le signe de:

- l'augmentation d'entropie du système
- l'échange d'entropie pour le système
- la création d'entropie pour le système

Comparer, entre ces deux transformations, la valeur de ces trois grandeurs.

-Étude quantitative: le gaz parfait étudié se trouve dans un cylindre de section  $S$ , la masse du piston est  $m$ , la pression atmosphérique est  $P_a$  et une surcharge  $M$  est placée sur le piston. Quelle est la pression appliquée au gaz (notée  $P_{\text{extérieur}}$ ).

La transformation envisagée est monotherme (la température extérieure est notée  $T_0$ ). À l'état initial le gaz ( $\gamma$  est supposé connu) est à la pression  $P_0$  et à la température  $T_0$  et à l'instant final la pression est  $P_1$  et la température est  $T_0$ . Attribuer deux qualificatifs:

- à la transformation réalisée de manière infiniment lente
- à la transformation réalisée brusquement en appliquant dès le départ la pression finale et en attendant le retour à la température extérieure.
- à la première partie de cette seconde transformation
- à la seconde partie de cette seconde transformation

Pour chacune des deux transformations, calculer  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $W$ ,  $Q$ ,  $S_{\text{échange}}$ ,  $S_{\text{créé}}$ .

Comparer  $W_{\text{irrév}}$  et  $W_{\text{rév}}$  et calculer la différence. Relier celle-ci à l'entropie créée dans la transformation irréversible. Définir un rendement (rendement exergetique) pour la transformation non idéale donc moins favorable.

#### 2) Chauffage d'un gaz parfait avec une seule source

-On veut chauffer à pression constante  $n$  moles de gaz parfait enfermées dans un cylindre, de  $T_1, P_0$  à  $T_2, P_0$ . La constante des gaz parfaits est  $R$ . Le rapport  $\gamma$  est supposé indépendant de la température.

Pour cela, on envisage de mettre le gaz en contact avec une source parfaite à la température  $T_2$ .

Exprimer  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $W$ ,  $Q$ ,  $S_{\text{échange}}$ ,  $S_{\text{créé}}$ .

-On envisage de chauffer le gaz à pression constante mais de manière réversible. On peut y arriver en disposant d'une infinités de sources. Commenter et exprimer  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $W$ ,  $Q$ ,  $S_{\text{échange}}$ ,  $S_{\text{créé}}$ .

-On souhaite en n'utilisant comme source que la seule source à  $T_2$  chauffer le gaz de manière réversible jusqu'au même état final pour le gaz. Pour cela, on utilise un moteur thermique réversible fonctionnant avec les deux sources. Décrire l'opération. Exprimer  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $W$ ,  $Q$ ,  $S_{\text{échange}}$ ,  $S_{\text{créé}}$  pour le système gaz parfait. Pour le moteur thermique, trouver  $W_{\text{moteur}}$ ,  $Q_{\text{C moteur}}$ ,  $Q_{\text{F moteur}}$ . Comment faire pour remettre « l'univers » dans son état de départ? Relier le travail  $W_{\text{moteur}}$  obtenu à la création d'entropie dans la transformation irréversible.

**3) Mélange**

On mélange une masse d'eau  $m_1$  à  $T_1$  et une masse d'eau  $m_2$  à  $T_2$  à pression constante. La chaleur massique de l'eau est  $c$ .

-Justifier par des bilans d'enthalpie que la température finale est le barycentre de  $T_1$  et  $T_2$  (affectés des coefficients  $m_1$  et  $m_2$ ). Interpréter le bilan d'enthalpie en termes d'échanges de « chaleur ».

-Exprimer le terme de création d'entropie. Donner son expression dans le cas  $m_1 = m_2 = m$ .

-Quel travail pouvait-on récupérer au maximum en considérant les deux masses d'eau comme sources d'un moteur thermique réversible.

**4) Mélange idéal de gaz parfaits. Pressions partielles.**

Un réservoir adiabatique est séparé par une paroi en deux compartiments. Le premier compartiment contient  $n_1$  moles de gaz parfait à la température  $T$  et à la pression  $P$ . Le second compartiment contient  $n_2$  moles d'un autre gaz parfait à la température  $T$  et à la pression  $P$ . La paroi est supprimée brusquement au départ. Le mélange est supposé idéal.

Déterminer la température et la pression finales.

Déterminer la variation d'enthalpie (enthalpie de mélange) notée  $\Delta_{mel} H$ .

Déterminer la variation d'entropie (entropie de mélange) notée  $\Delta_{mel} S$ . Faire un bilan d'entropie.

On introduira les notations  $y_1$  et  $y_2$ , fractions molaires des gaz dans le mélange.

**5) Transformation isentropique**

Déterminer l'expression de  $S(P,T)$  pour un gaz parfait (le rapport  $\gamma$  est supposé indépendant de la température) Idem pour  $S(P,V)$ . Que peut-on en déduire pour une transformation adiabatique réversible. Vérifier la cohérence entre les deux résultats.

Une quantité égale à  $n$  moles de gaz parfait subit une détente de adiabatique réversible de  $P_1, T_1$  à  $P_2$ . Déterminer la température finale. Faire un bilan énergétique et un bilan entropique.

En quoi consiste la détente de Joule-Gay Lussac. En quoi consiste la détente de Joule-Thomson (ou Joule-Kelvin). Résultats principaux?

**6) Turbine à air comprimé**

On considère une turbine à air comprimé de puissance 0,1 kW. A l'entrée:  $P_1 = 400 \text{ kPa}$  et  $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ . A la sortie  $P_2 = 100 \text{ kPa}$  et  $\theta_2 = -50^\circ \text{C}$ . Pour l'air, assimilé à un gaz parfait, on prendra  $\gamma = 1,4$ .

Calculer le débit massique de la turbine.

**7) Tuyère à vapeur d'eau**

À l'entrée dans une tuyère horizontale calorifugée, l'eau se trouve à la pression  $P_1 = 0,6 \text{ Mpa}$ , la température  $T_1 = 200^\circ \text{C}$  et la vitesse  $c_1 = 50 \text{ m s}^{-1}$ . L'eau en sort avec la pression

$P_2 = 0,2 \text{ Mpa}$  et la vitesse  $c_2 = 600 \text{ m s}^{-1}$ .

Préciser l'état de l'eau à la sortie et sa température.

Données

Vapeur d'eau saturée: table de la pression:

		Volume massique ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	Enthalpie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	Entropie massique ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )



P (kPa)	t (°C)	Liquide saturé	Vapeur saturée	Liquide saturé	Vapeur saturée	Liquide saturé	Vapeur saturée
200	120,23	0,001061	0,8857	504,70	2706,7	1,5301	7,1271
600	158,85	0,001101	0,3157	670,56	2756,8	1,9312	6,7600

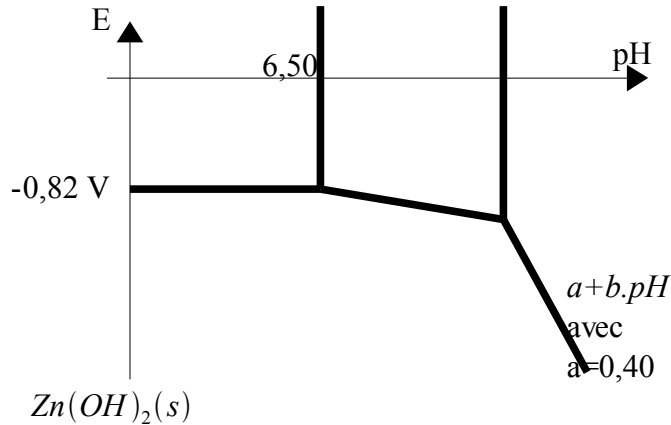
*Vapeur d'eau sèche:*

P (MPa)	t (°C)	v ( $m^3 \cdot kg^{-1}$ )	h ( $kJ \cdot kg^{-1}$ )	s ( $kJ \cdot kg^{-1} K^{-1}$ )
0,2	Sat 120,23	0,8857	2706,7	7,1272
	200	1,0803	2870,5	7,5066
	300	1,3162	3071,8	7,8926
0,6	Sat 158,85	0,3157	2756,8	6,7600
	200	0,3520	2850,1	6,9665
	300	0,4344	3061,6	7,3724

### 8) Exercices oraux sur le net

## EXOS DIAGRAMMES E-pH (semaines 6 à 9)

### 1) Zinc



On donne le diagramme potentiel-pH du zinc pour une concentration totale en formes solubles  $c = 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

Les espèces prises en compte sont les suivantes:

- zinc:  $\text{Zn}(s)$
- ion zinc(II):  $\text{Zn}^{2+}(aq)$
- ion tétrahydroxozincate:  $\text{Zn}(\text{OH})_4^{2-}(aq)$
- hydroxyde de zinc:

Indexer les différentes zones du diagramme.

Indiquer la valeur numérique des pentes des différents segments. Justifier.

L'hydroxyde de zinc est-il un acide ou une base? Justifier par l'écriture des réactions correspondantes.

Déterminer  $E^\circ$  pour le couple  $\text{Zn}^{2+}(aq)/\text{Zn}(s)$ .

Déterminer le produit de solubilité relatif à une mole d'hydroxyde pour l'hydroxyde de zinc.

A partir de l'équation de la frontière II/0 aux pH très basiques, déterminer  $\log \beta_4$ .

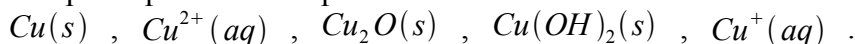
Écrire l'équation de redissolution de l'hydroxyde de zinc lorsque l'on ajoute de la soude. Déterminer la constante de cette réaction. Calculer le pH de redissolution en partant de cette constante.

Déterminer l'équation de la frontière inconnue.

### 2) Cuivre

On veut construire le diagramme potentiel-pH du cuivre pour une concentration totale en formes solubles  $c = 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

Les espèces prises en compte sont les suivantes:



On donne:

- pour la précipitation de l'hydroxyde de cuivre (II):  $K_s(\text{II}) = [\text{Cu}^{2+}] \cdot [\text{HO}^-]^2 = 10^{-20}$
- pour la précipitation de l'oxyde de cuivre (I):  $K_s(\text{I}) = [\text{Cu}^+] \cdot [\text{HO}^-] = 10^{-15}$
- potentiel standard:  $E^\circ(\text{Cu}^{2+}(aq)/\text{Cu}^+(aq)) = 0,16 \text{ V}$
- potentiel standard:  $E^\circ(\text{Cu}^+(aq)/\text{Cu}(s)) = 0,52 \text{ V}$

Déterminer les frontières pH. Déterminer ensuite la frontière redox II/I puis la frontière redox I/0.

Commenter le problème rencontré. On rappellera la signification des termes: dismutation et médiamutation.

Tracer finalement le diagramme après avoir calculé le  $E^\circ$  manquant.

## EXOS DIAGRAMMES BINAIRES (semaines 10 à 14)

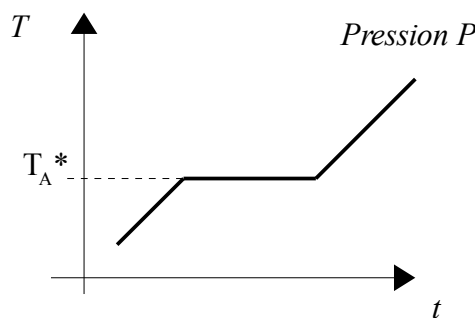
### 1) Variance et changement d'état

Corps pur :

On chauffe régulièrement, à pression constante  $P$ , un corps pur  $A$  liquide dans un récipient fermé de volume variable.

- Cette façon de procéder est-elle analogue à une expérience de distillation ?

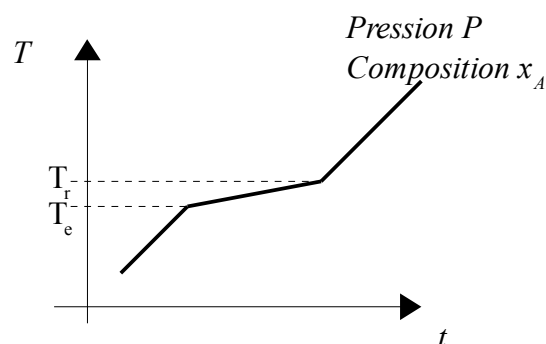
La courbe d'analyse thermique donnant  $T$  en fonction du temps a l'allure suivante:



- Proposer un nom pour  $T_A^*$ .
- Déterminer la variance pour chaque partie de la courbe. En déduire que  $T_A^* = T_A^*(P)$ . Quelle est la nature de la transformation traduite par une horizontale.

Mélange de deux liquides miscibles :

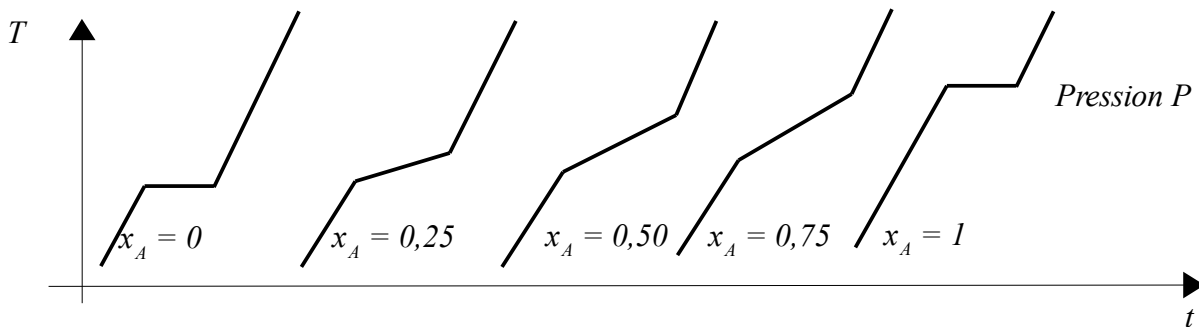
La courbe d'analyse thermique donnant  $T$  en fonction du temps a cette fois, pour un mélange de composition  $x_A$ , l'allure suivante:



- Quels sont les 6 paramètres intensifs nécessaires à la description du système dans le cas général?
- Proposer un nom pour  $T_e$  et  $T_r$ .
- Montrer que la variance résiduelle est toujours égale à 1 pour le mélange donné.
- Montrer que, au cours du changement d'état pour un mélange binaire, la composition de la phase vapeur et celle de la phase liquide ne dépendent que de  $T$  et  $P$  et sont

indépendantes de la composition du mélange initial.

Tracé du diagramme à partir des courbes d'analyse thermique



On a fait l'analyse thermique à  $P$  constante pour différents mélanges  $A+B$

- Tracer le diagramme isobare ( courbes  $T_e = T_e(P, x_A \text{ globale})$  et  $T_r = T_r(P, x_A \text{ globale})$ )
- On considère un mélange biphasé de composition globale  $x_A$ . Déterminer sur le diagramme la composition de la phase vapeur  $x_{A,V}$  et celle de la phase liquide  $x_{A,L}$  à la température  $T$ . Justifier.
- Comment définir l'équation de la courbe d'ébullition sans utiliser  $x_A \text{ globale}$  mais  $x_{A,V}$  et  $x_{A,L}$ . Idem pour la courbe de rosée.

Règle des moments chimiques

Si la composition globale du mélange n'intervient pas dans la composition des phases, elle intervient dans leur importance respective. On suppose un mélange biphasé à la pression  $P$  et à la température  $T$  de composition globale  $x_A$  comportant  $n$  moles au total.

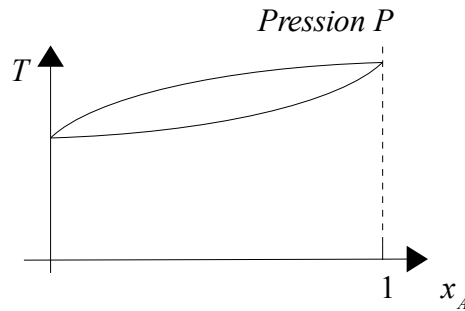
On désigne par  $M$  le point  $(x_A, T)$ , par  $V$  le point  $(x_{A,V}(T, P), T)$ , par  $L$  le point  $(x_{A,L}(T, P), T)$ . On désigne par  $n_L$  le nombre de moles de liquide et par  $n_V$  le nombre de moles de vapeur.

- En écrivant le bilan molaire pour  $A$  montrer que  $n_L VM = n_V ML$ .
- Commenter l'évolution des quantités et des compositions pour le mélange binaire que l'on chauffe dans un récipient fermé de volume variable.

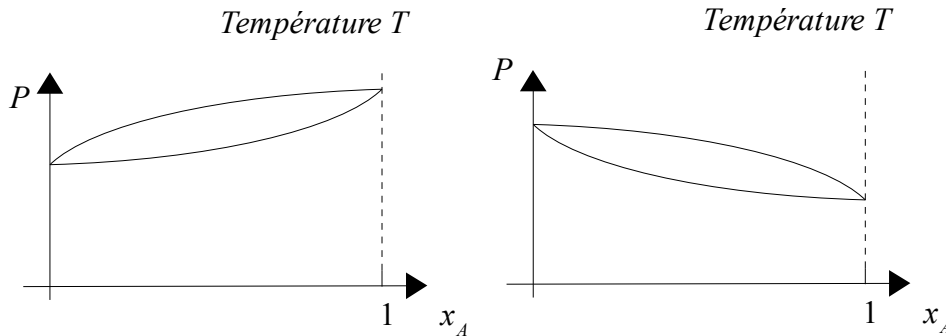
## 2)Azéotrope

Diagramme isotherme :

Le diagramme isobare de deux liquides a l'allure suivante:



- Quelle sera l'allure du diagramme isotherme? Justifier.



- Pour chacun des diagrammes isothermes et isobares: indiquer l'ordonnée des points remarquables, le nom et l'équation des deux courbes, indexer les domaines et préciser la variance dans chaque domaine.

Diagramme binaire eau-propanol

On donne, en fonction de la fraction molaire en propanol dans le liquide  $x_{2,L}$  à la température ambiante, pour le binaire eau-propanol, la valeur des pressions partielles dans la vapeur. Les données sont en  $mm\ Hg$  .

( Pour information :  $760\ mm\ Hg = 1\ atm = 1,013 \cdot 10^5\ Pa \approx 1\ bar (10^5\ Pa)$  )

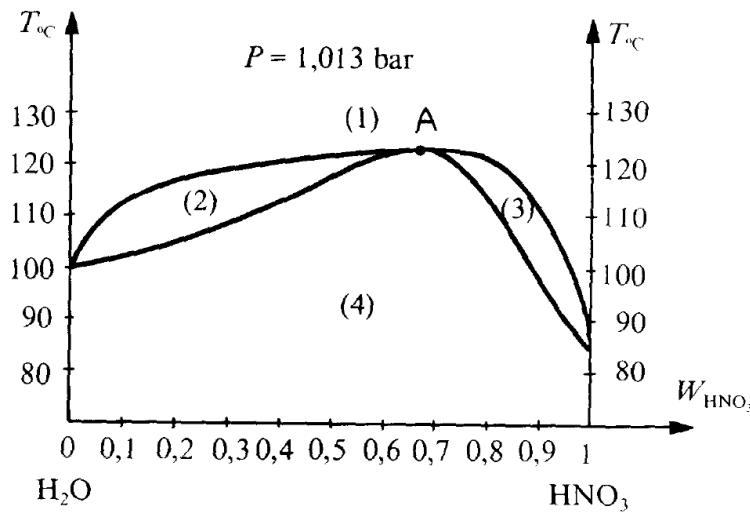
$x_{2,L}$	0	0,02	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	1
$P_1$	23,8	23,5	23,2	22,7	21,8	21,7	19,9	13,4	8,1	4,2	0
$P_2$	0	5,1	10,8	12,7	13,6	14,2	15,5	17,8	19,4	20,8	21,8

- Tracer le diagramme.
- Montrer que pour une certaine composition (à préciser) le mélange semble se comporter comme un corps pur.
- S'agit-il d'un azéotrope à maximum ou à minimum de température?

Diagramme binaire eau-acide nitrique

- Sous un bar, le mélange eau+acide nitrique présente un azéotrope à  $T_{Az}=122\ ^\circ C$  de fraction massique en acide nitrique  $w_{Az}=68\%$  . Calculer la fraction molaire en acide nitrique  $x_{Az}$  pour cet azéotrope. On pourra ne pas chercher une formule littérale mais travailler numériquement en envisageant par exemple 1 kg de mélange.

- Le diagramme binaire eau+acide nitrique est donné ci-dessous



- Représenter les courbes d'analyse thermique pour  $w_{HNO_3} = 0, 0,3, 0,68, 0,80, 1$ .
  - Étudier la variance pour le cas  $w_{Az}$ . Quelle est la relation supplémentaire rendant le variance nulle pendant le changement d'état. En déduire aussi un moyen de distinguer azéotrope et corps pur.
- On considère un échantillon d'un mélange obtenu lors de la préparation industrielle de l'acide nitrique. Il comporte 100 moles et sa fraction molaire est  $x_{HNO_3} = 7,5\%$ .
    - Déterminer la température à laquelle le mélange commence à bouillir.
    - Déterminer masse et composition des phases à  $110^\circ C$ .
  - Après avoir rappelé quel est le corps le plus volatil (eau ou acide nitrique) dire ce que l'on obtient aux deux extrémités de la colonne à distiller si on fait une distillation fractionnée de ce mélange industriel. Sépare-t-on eau et acide nitrique?

### 3) Mélange binaire idéal

Lorsque les interactions moyennes à l'état liquide  $A-A$ ,  $B-B$ ,  $A-B$  sont de même importance, le mélange liquide est idéal. L'activité de  $A$  dans le liquide vaut  $x_{A,L}$ , l'activité de  $B$  dans le liquide est  $x_{B,L}$ .

On se place à la température  $T$  et l'on considère l'équilibre:

$$A^*(l) = A^*(g)$$

et l'équilibre:

$$A_{\text{mélange}}(l) = A_{\text{mélange}}(g)$$

Écrire la constante d'équilibre et en déduire (dans le cadre des approximations réalisées en chimie) la relation entre  $P_A$ ,  $P_A^*(T)$  et  $x_{A,L}$ . Idem pour  $B$ .

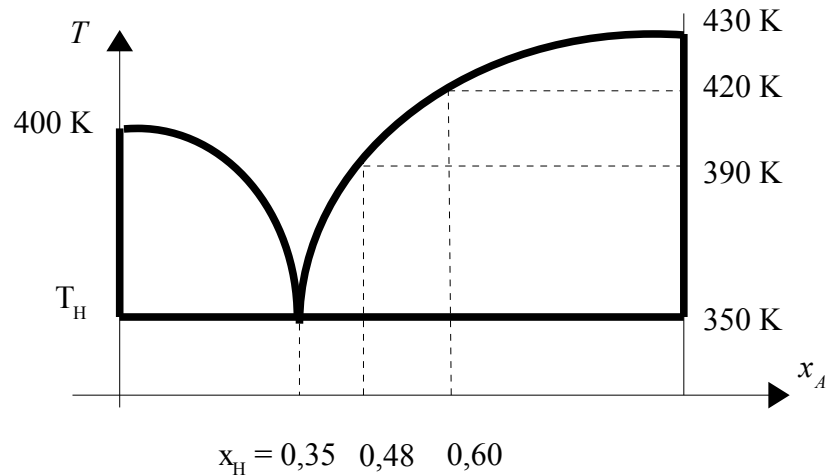
En déduire l'équation de la courbe d'ébullition dans le diagramme isotherme. De quelle courbe s'agit-il?

Déterminer aussi l'équation de la courbe de rosée.

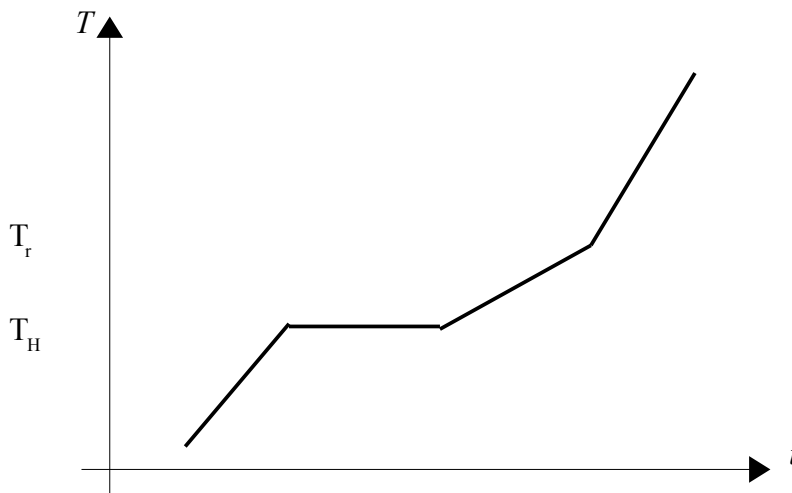
#### 4) Hétéroazéotrope

##### Étude d'un exemple

On donne le diagramme isobare pour un mélange de deux liquides non miscibles.



L'analyse thermique d'un mélange de composition  $x_A = 0,60$  comportant 13 moles donne la courbe suivante:



Étudier la variance pour chaque partie de la courbe. Justifier l'horizontale sur le diagramme et indexer celui-ci.

Préciser la composition en moles du mélange étudié à 390 K.

##### Étude théorique

On suppose connus  $P_A^*(T)$  et  $P_B^*(T)$ . La pression d'étude du diagramme isobare est  $P$ .

Écrire la relation qui permettrait de déterminer  $T_H$ .

Écrire la relation qui permettrait de déterminer  $x_H$ .

Comment déterminer l'équation de la courbe de rosée

- pour  $x_A < x_H$  ?
  - pour  $x_A > x_H$  ?
-



## EXOS ELECTRONIQUE (semaines 9 à 16)

### 1) Filtre passe-bande du deuxième ordre (à bande étroite): diagramme de BODE et comportements dérivateurs et intégrateurs

On considère le filtre RLC aux bornes de  $R$

-Prévoir la nature du filtre

-Écrire la fonction de transfert. Utiliser les notations  $Q$  et  $\omega_0$ . Rappeler l'écriture canonique pour un passe bande du deuxième ordre.

-Déterminer les asymptotes pour le diagramme de Bode. Comment se comporte la fonction de transfert au niveau de ces asymptotes.

-Tracer le diagramme de Bode pour  $Q=10$  (gain et phase).

-Quelle est la fonction de transfert pour un dérivateur. Quel est le problème aux hautes fréquences. Montrer que le passe bande étudié se comporte aux basses fréquences comme un dérivateur.

Quelle est la fonction de transfert pour un intégrateur. Quel est le problème aux basses fréquences. Montrer que le passe bande étudié se comporte aux hautes fréquences comme un intégrateur.

### 2) Filtre passe-bas du deuxième ordre

On considère le filtre RLC aux bornes de  $C$

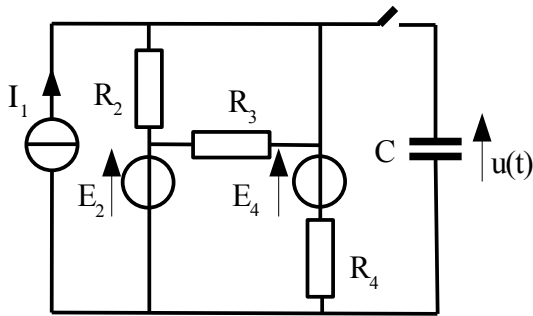
-Prévoir la nature du filtre

-Écrire la fonction de transfert. Utiliser les notations  $Q$  et  $\omega_0$ . Rappeler l'écriture canonique pour un passe bas du deuxième ordre.

-Déterminer les asymptotes pour le diagramme de Bode. Comment se comporte la fonction de transfert au niveau de ces asymptotes.

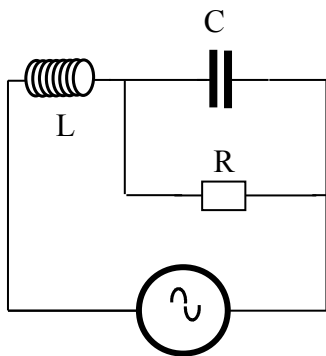
-Tracer le diagramme de Bode

-Ce filtre peut-il servir de dérivateur ou d'intégrateur?



### 3) Exercice basique maths sup

En  $t=0$ , alors que le condensateur est déchargé, on ferme l'interrupteur. Donner l'expression de  $u(t)$ .



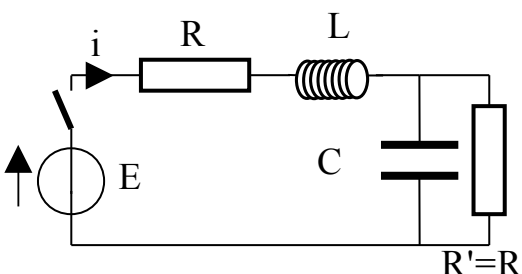
### 4) Résonance

On étudie la tension aux bornes de la résistance en fonction de la fréquence.

Prévoir la nature du filtre.

Écrire la fonction de transfert sous forme canonique et donner l'expression de  $Q$  et de  $\omega_0$ .

Déterminer la condition sur  $R$  de résonance de tension aux bornes du condensateur.



### 5) Transitoires

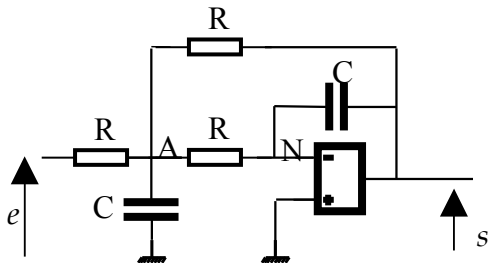
En  $t=0$  , le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur.

Déterminer courants et tensions en  $t=0^+$  et en  $t=\infty$  .

Prévoir l'allure de la courbe donnant  $i(t)$  .

Écrire l'équation différentielle.

Résoudre (On suppose  $L/C=R^2$  et on pose  $L/R=\tau$  et donc  $RC=\tau$  ).



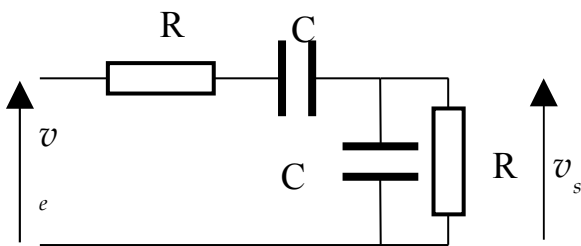
**6)Filtre à ampli op (Rauch)**

Prévoir (sans calculs) la nature du filtre

Écrire la fonction de transfert sous forme canonique.

Préciser l'expression du coefficient de qualité  $Q$  et de la pulsation propre.

Tracer le diagramme de Bode en amplitude.

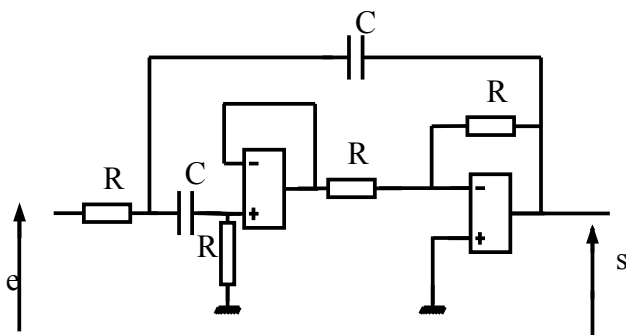


**7)Filtre deWien**

Pour le circuit ci-dessous (filtre de Wien), on

donne  $v_e(t)=V_0 \cos^3(\omega_0 t)$  avec  $RC\omega_0=1$  .

Trouver  $v_s(t)$  .



**8)Suiveur et inverseur**

Faire le schéma d'un montage suiveur à AO.

Établir l'expression de la fonction de transfert du montage. Expliquer à quoi sert un tel montage?

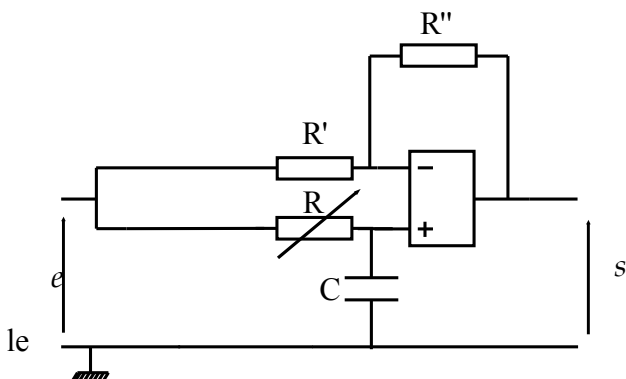
Faire le schéma d'un montage inverseur

(changeur de signe) à AO. Établir l'expression de la fonction de transfert du montage.

Les amplificateurs opérationnels du montage ci-dessous fonctionnent en régime linéaire. Prévoir la nature du filtre.

Écrire la fonction de transfert sous forme

canonique. Que devient-elle si on ne met pas le montage suiveur?



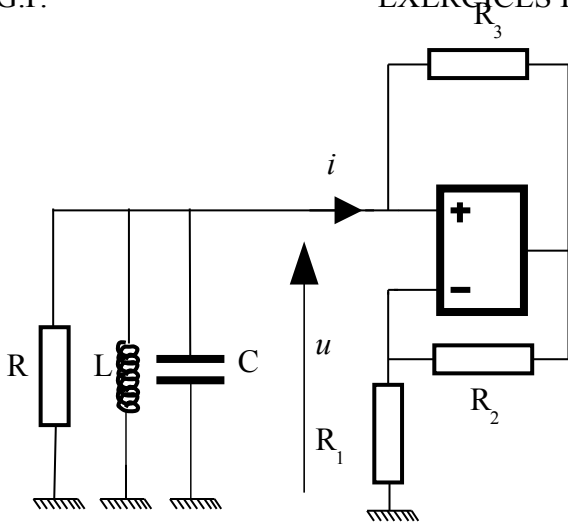
**9)A quoi sert ce montage?**

L'AO est idéal, il fonctionne en régime linéaire en mode sinusoïdal forcé de fréquence  $f$  .

Écrire la fonction de transfert  $H(j\omega)$  et la simplifier dans le cas où  $R'=R''$  .

Déterminer module et argument.

La résistance  $R$  est réglable. Tracer le gain et déphasage de  $s$  par rapport à  $e$  en fonction de  $R$  . Quelle est l'utilité de ce montage?



### 10) Oscillateur

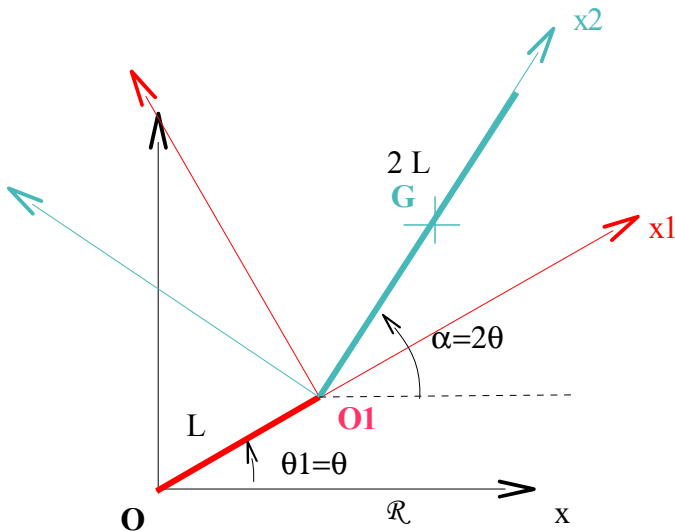
On réalise le montage suivant (voir schéma). On suppose que le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel idéal est linéaire. Montrer que le montage à AO constitue une résistance négative dont on donnera l'expression.

Écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$ . Montrer que ce montage peut constituer un oscillateur dont on précisera la fréquence. Commenter les différents cas possibles.

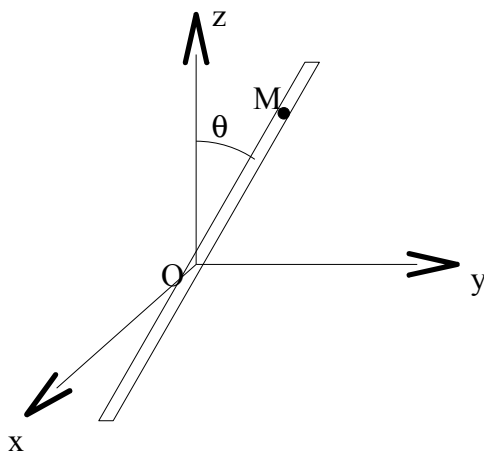
### 11) Exercices oraux ccp sur le net

# EXOS MECANIQUE CINEMATIQUE ( semaines 11 et 12)

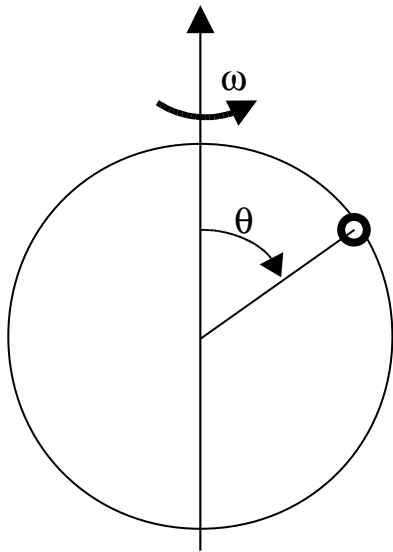
## 1) Deux tiges articulées



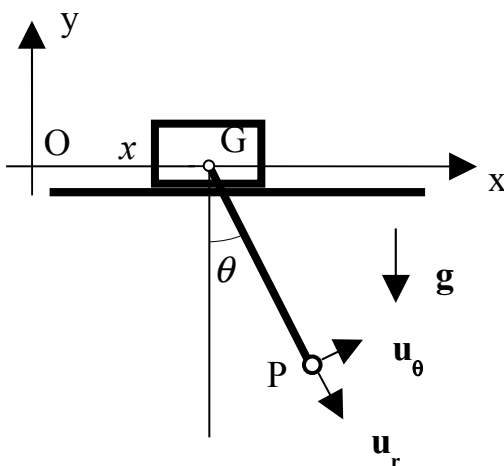
$\theta$  dépend du temps. La première tige a une longueur  $L$  et la seconde articulée en  $O_1$ ,  $2L$ . Déterminer en fonction de  $\theta$ , en utilisant au maximum les techniques de la cinématique du solide, la vitesse et l'accélération du centre de masse de la tige 2. Donner d'abord une forme intrinsèque de la réponse et écrire le résultat dans la base intermédiaire. Retrouver les résultats par composition de mouvement.



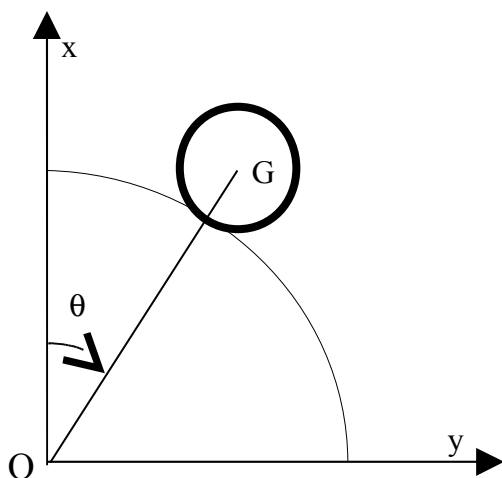
2)  
Un tube creux tourne autour de l'axe vertical ( $Oz$ ) avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ . Le tube est incliné d'un angle  $\theta$  constant par rapport à l'axe. Un objet assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$  peut glisser sans frottements dans ce tube. On pose  $\vec{OM} = r\vec{e}_r$ . En  $t=0$ , la vitesse du point, par rapport au tube, est nulle et  $r=r_0$ . Déterminer  $\vec{v}_{relative}$ ,  $\vec{v}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{relative}$ ,  $\vec{a}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{Coriolis}$ . Le mouvement relatif est celui par rapport au référentiel tournant. Vérifier en déterminant directement  $\vec{v}_{absolue}$  et  $\vec{a}_{absolue}$ .



3)  
 Un petit anneau de masse  $m$  est astreint à se déplacer sans frottement sur la circonférence de rayon  $a$  qui tourne autour de l'axe vertical à la vitesse angulaire constante  $\omega$ . Déterminer  $\vec{v}_{relative}$ ,  $\vec{v}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{relative}$ ,  $\vec{a}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{Coriolis}$ . Le mouvement relatif est celui par rapport au référentiel tournant. Vérifier en déterminant directement  $\vec{v}_{absolue}$  et  $\vec{a}_{absolue}$ .



4)  
 La tige du pendule (masse du point  $P$  :  $m$  et longueur du fil:  $L$ ) est fixé au centre de masse  $G$  d'un chariot (masse  $M$ ) assimilé à un point matériel  $G$  glissant sans frottement sur un plan horizontal. On adopte pour paramètres:  $\theta$  (angle du pendule avec la verticale) et  $x$  (abscisse du point  $G$  du chariot).  
 Déterminer  $\vec{v}_{relative}$ ,  $\vec{v}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{relative}$ ,  $\vec{a}_{entraînement}$ ,  $\vec{a}_{Coriolis}$  pour le point  $P$ . Le mouvement relatif est celui par rapport au référentiel d'origine  $G$  et d'axes  $Gx$  et  $Gy$ . Vérifier en déterminant directement  $\vec{v}_{absolue}$  et  $\vec{a}_{absolue}$ .



**5) Roulement sans glissement**

Un cerceau, de centre  $G$ , de rayon  $a$ , de masse  $m$ , se déplace sur un support cylindrique fixe dans le référentiel  $\mathcal{R} = (Oxyz)$ , de rayon  $R$ , de centre  $O$ . Ce cerceau est abandonné sans vitesse initiale de sa position d'équilibre instable et descend alors sous l'action d'un très léger déséquilibre. On suppose que le cerceau roule sans glisser sur le support cylindrique. Le vecteur rotation instantanée du cerceau est noté  $\phi \vec{u}_z$ . Déterminer la condition de roulement sans glissement.

## EXOS MECANIQUE: CINETIQUE ( semaine 12)

### 1) Moment d'inertie

Solide à deux points en rotation

Un solide est constitué d'une tige dans le plan  $xGz$ , de longueur  $L$ , de centre  $G$ , de masse négligeable, portant à chaque extrémité un point matériel de masse  $m$ . La tige dans le plan  $xGz$  est perpendiculaire à  $Gx$ . Le solide tourne par rapport au référentiel  $R$ , autour de l'axe  $Gz$ , avec le vecteur rotation  $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$ .

- Déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}(G)$ .
- Déterminer le moment cinétique par rapport à l'axe  $Gz$ .
- Déterminer l'énergie cinétique du solide par rapport à  $R$ .

Tige homogène en rotation

Un solide est constitué d'une tige homogène selon  $Gx$ , de longueur  $L$ , de centre  $G$ , de masse  $M$ . Le solide tourne de l'axe  $Gz$  à la vitesse  $\omega$ . Déterminer dans  $R$ , par intégration, le moment cinétique en  $G$  et l'énergie cinétique du solide. En déduire que le moment d'inertie par rapport à l'axe  $Gz$  vaut  $1/12 M L^2$ .

Idem mais la tige dans le plan  $xGz$  fait un angle  $\alpha$  constant avec  $Gx$ .

Montrer que le moment cinétique en  $G$  s'écrit  $I_{\Delta} \vec{\omega} + \vec{\sigma}_{\perp \Delta}$ .

## EXOS MECANIQUE: DYNAMIQUE ENERGETIQUE SOLIDE (semaines 13 à 18)

### 1) Tige entre mur et plan horizontal

Soit une tige  $AB$  homogène, de masse  $m$ , de longueur notée  $2L$ , et de moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire passant par son centre  $G$  :  $J = mL^2/3$ . La tige s'appuie en  $B$  sur un mur vertical et en  $A$  sur le sol horizontal. Les deux contacts sont sans frottement. La tige est repérée par son angle  $\theta$  avec l'horizontale. Elle reste dans le plan  $xOz$ . En  $t=0$ ,  $\theta = \theta_0$  et la tige est sans vitesse. La norme de  $\vec{g}$  est notée  $g$ .

Écrire le théorème de la résultante cinétique et le théorème du moment cinétique. En déduire  $\ddot{\theta}$  et  $\dot{\theta}$  en fonction de  $\theta$ .

Montrer que les résultats précédents s'obtenaient plus rapidement en travaillant par l'énergie.

En déduire les expressions des actions de contact en A et B en fonction de  $\theta$ .

Pour quelle valeur de  $\theta$ , la barre quitte-t-elle le contact avec le mur?

### 2) Roue sur un plan incliné

Un cylindre homogène ( rayon  $a$ , masse  $m$ , moment d'inertie par rapport à l'axe de révolution:

$$J = \frac{1}{2} m a^2, \text{ centre de masse } G ) \text{ est posé sur un plan incliné d'angle } \alpha. \text{ A l'instant } t=0, \text{ le}$$

cylindre est lâché sans vitesse initiale et descend une longueur  $l$  selon la ligne de plus grande pente. Le coefficient de frottement est désigné par  $f$ . L'accélération de la pesanteur est de norme  $g$ .

Tracer la courbe donnant  $v$  (vitesse finale de  $G$  en bas du plan) en fonction de  $f$ . La vitesse est-elle plus grande ou moins grande lorsque les frottements agissent? Commenter le paradoxe apparent.

### 3) Oscillations d'une tige suspendue à deux ressorts

Une tige  $A_1A_2$ , de masse  $m$ , de longueur  $l$ , de milieu  $G$ , est suspendue par ses extrémités à deux ressorts identiques (raideur  $k$ , longueur à vide  $l_0$ ). En  $t=0$ , on tire en  $A_1$  d'une distance  $a$  sur l'un des ressorts pour l'allonger de  $a$  mais sans allonger l'autre ressort puis on lâche sans vitesse initiale.

La rotation de la tige reste toujours suffisamment faible («petites oscillations») pour que l'on puisse supposer que les ressorts restent quasiment verticaux. On repère la tige par  $x$  déplacement de

$$G \text{ par rapport à l'équilibre et } \alpha \text{ rotation par rapport à l'équilibre. On donne } J_{Gz} = \frac{1}{12} m l^2.$$

Obtenir par application des théorèmes de la mécanique, l'équation différentielle en  $x$  et l'équation différentielle en  $\alpha$ . Déterminer les abscisses  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  de  $A_1$  et  $A_2$ . Montrer que  $x_1$  et  $x_2$  dépendent chacun de deux fréquences propres (fréquences des modes normaux de vibration). Représenter  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

Étudier l'approche énergétique de ce problème.

### 4) Cerceau sur un rail circulaire

Un cerceau 2 de centre  $C_2$ , de rayon  $R_2$  et de masse  $m$  roule sans glisser dans le plan vertical en restant en contact avec un cerceau 1 fixe vertical de centre  $C_1$ , de rayon  $R_1 > R_2$ .

Le mouvement du *cerceau 2* est repéré par deux paramètres: l'angle  $\theta$  que fait l'axe selon la verticale descendante  $C_1x$  avec  $\vec{C_1C_2}$  et l'angle de rotation  $\varphi$  du *cerceau 2* autour de l'axe horizontal  $C_2z$ . A chaque instant, on appelle  $I$  le point de contact des deux cerceaux.

L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = g\vec{u}_x$  ( $\vec{u}_x$  : vecteur unitaire).

Écrire la condition de roulement sans glissement du *cerceau 2* sur le *cerceau 1*.

On écarte le *cerceau 2* de  $\theta_{MAX} = \pi/3$  par rapport à sa position d'équilibre et on lâche sans vitesse initiale. Déterminer la vitesse lorsque le *cerceau 2* repasse par sa position d'équilibre.

Déterminer, sous forme d'une intégrale, la durée  $\tau$  mise par le *cerceau 2* pour effectuer le trajet précédent.

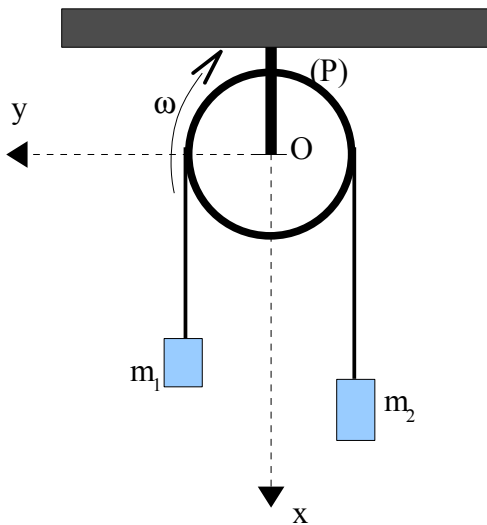
Déterminer la période  $T_0$  des petites oscillations du *cerceau 2*.

A quelle condition sur le coefficient de frottement  $f$ , l'hypothèse de non glissement est-elle vérifiée.

### 5) « Machine d'Atwood »

On étudie le dispositif suivant ou machine d'Atwood. Un fil inextensible et de masse négligeable passe sur la gorge d'une poulie ( $P$ ) de centre  $O$ , de masse  $m$ , de rayon  $R$  et de moment d'inertie par rapport à l'axe de révolution  $J$ . La poulie peut tourner autour de l'axe horizontal  $Oz$ . La liaison de l'axe est supposée parfaite. On suppose que le fil ne peut glisser sur la poulie. Une masse  $m_1$  est attachée à l'une des extrémités du fil et une masse  $m_2$  est attachée à l'autre extrémité. On se place dans le référentiel galiléen  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . On étudie le mouvement de  $m_2$ .

Études préliminaires



- On note la vitesse d'un point de la partie verticale du fil de droite  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  et on note  $\omega$  la vitesse de rotation de la poulie dans le sens indiqué par la figure. En utilisant les relations de non glissement, trouver la relation entre  $v$  et  $\omega$ . Par la même méthode, déterminer la vitesse de la partie verticale du fil de gauche.
- Les fils sont supposés tendus. La notation  $T$  pour une tension définit ici une norme. Montrer que l'on peut définir une tension uniforme  $T_2$  pour la partie verticale du fil de droite. Idem pour  $T_1$  de l'autre côté.

Déterminer l'accélération de  $m_2$  par trois méthodes:

- par l'étude de chacun des trois sous-systèmes
- par une étude globale énergétique
- par l'application du théorème du moment cinétique en projection sur l'axe pour le système complet

### 6) Pendule à deux tiges

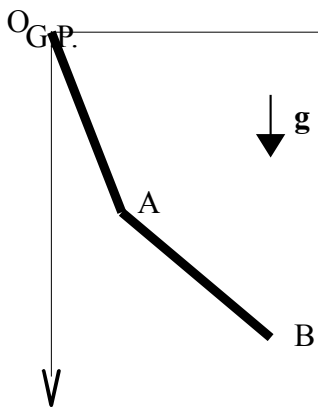
Un pendule double est constitué de deux barres homogènes identiques de masse  $m$ , de longueur  $2l$ , de moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire au centre de masse

$$J_{Gz} = \frac{1}{12} m(2l)^2 : \text{barre 1 } OA \text{ et barre 2 } AB. \text{ Les deux barres sont articulées en } A.$$

Les barres se déplacent dans le plan horizontal.

L'ensemble oscille autour de l'axe  $Oz$  horizontal. La liaison en  $O$  (fixe) avec l'axe de rotation de



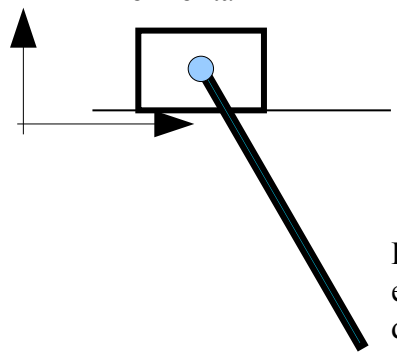


la *barre 1* est parfaite et la liaison en *A* entre les deux barres est elle aussi parfaite.  
 Définir deux paramètres cinématiques permettant d'étudier le mouvement.  
 Écrire les deux équations permettant de résoudre le problème ( on pourra éventuellement supposer que les angles sont « petits » ).

**7) Chariot et tige**

Le système étudié est constitué

- d'un chariot de masse  $M_1$ , de centre de masse  $G_1$  qui glisse sans frottement sur un rail horizontal
- d'une tige homogène, de masse  $M_2$ , de longueur  $L$ . Cette tige est articulée en  $G_1$  selon un pivot parfait et peut osciller dans le plan vertical.



En  $t=0$ , la tige est écartée de sa position d'équilibre et l'ensemble est abandonné sans vitesse initiale. Écrire les équations permettant de déterminer le mouvement et résoudre dans le cas des petits angles.

**8) Exercices oraux sur le net**

# **EXOS MECANIQUE SUP (non traité)**

- 1) voir site GP: DS, DNS, Colles
- 2) Exercices oraux sur le net

## EXOS THERMOCHIMIE (à partir de la semaine 16)

### 1) Équilibre de BOUDOUARD: $\Delta H$ et $\Delta G$

On étudie  $2CO(g) = C(\text{graph}) + CO_2(g)$

On part de 10 moles de  $CO$  sous 1 bar à  $727^\circ C$ . A l'équilibre, il reste 5,44 moles de  $CO$ .

On donne à 298 K :

	$C(\text{graph})$	$CO(g)$	$CO_2(g)$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ mol <sup>-1</sup> )	0	-110,5	-393,5
$S^\circ$ (J mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	5,7	197,6	213,6

Calculer  $\xi_{eq}$

Calculer  $K^\circ(727^\circ C)$

Déterminer  $\Delta_r H^\circ(727^\circ C)$  enthalpie standard de réaction dans le cadre de l'approximation d'Ellingham,  $\Delta_r H$  enthalpie de réaction au cours de la réaction étudiée ici.

Déterminer la variation d'enthalpie au cours de la réaction  $\Delta H$

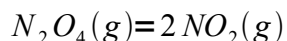
Déterminer la quantité de chaleur  $Q$  pour la réaction étudiée.

Déterminer  $\Delta_r G^\circ(727^\circ C)$  enthalpie libre standard de réaction dans le cadre de l'approximation d'Ellingham (deux possibilités),  $\Delta_r G$  enthalpie libre de réaction au cours de la réaction étudiée ici,  $\Delta G$  variation d'enthalpie libre au cours de la réaction.

### 2) Enthalpie libre en fonction de l'avancement

Dissociation de  $N_2O_4(g)$  / dimérisation de  $NO_2(g)$  :

A 298K sous  $P=1\text{bar}$ , la dissociation de  $N_2O_4(g)$  donne lieu à un équilibre:



On part de  $n_0=1$  mole de  $N_2O_4(g)$

On donne à 298 K :

	$N_2O_4(g)$	$NO_2(g)$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ mol <sup>-1</sup> )	9,2	33,2
$S^\circ$ (J mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	304,2	240

Calculer  $\Delta_r G^\circ(298 K)$ .

Déterminer  $\xi_{eq}$ .

Donner l'expression de  $G(\xi)$ . En partant du tracé de  $G(\xi)$ , retrouver la fraction dissociée à l'équilibre chimique. Retrouver sur le graphe :  $\Delta_r G^\circ$ ,  $\Delta_r G$ ,  $\Delta G$ .

On part d'un mélange contenant 2 mol de  $N_2O_4(g)$  et 3 mol de  $NO_2(g)$  à 298 K sous  $P=1\text{bar}$ . Quel sera le sens de la réaction ?

### 3) Dépendance des grandeurs standard avec la température en l'absence de changement d'état

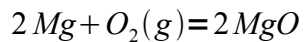
L'étude de la fem d'une pile en fonction de la température ( $\Delta_r G^\circ(T) = -nFE^\circ_{pile}(T)$ ) a permis, pour la réaction étudiée, de montrer que:  $\Delta_r G^\circ(T) = A + BT - CT \ln T$  où  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sont

des constantes connues.

Déterminer dans un ordre quelconque:  $K^\circ(T)$  ,  $\Delta_r H^\circ(T)$  ,  $\Delta_r S^\circ(T)$  ,  $\Delta_r C_p^\circ(T)$

#### 4)Dépendance des grandeurs standard avec la température en présence de changement d'état

On considère la réaction d'oxydation du magnésium ramenée à une mole de dioxygène:



Les données numériques sont les suivantes:

	$\Delta_f H^\circ_{298\text{K}}$ $\text{kJ. mol}^{-1}$	$S^\circ_{298\text{K}}$ $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}$	$\Delta_{\text{fusion}} H^\circ$ $\text{kJ. mol}^{-1}$	$\Delta_{\text{vap}} H^\circ$ $\text{kJ. mol}^{-1}$	$T_{\text{fus}} (\text{K})$	$T_{\text{vap}} (\text{K})$	$C^\circ_{p,m}$ $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}$
$\text{Mg}(s)$	0	32,5	9,2	131,8	923	1363	s :24,9 liq:24 g :20,8
$\text{O}_2(g)$	0	205			55	90	g:29,4
$\text{MgO}(s)$	-601,5	26,8	77,4	474	3075	3873	s:37,2

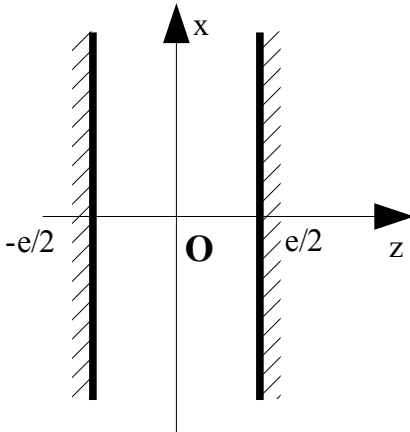
Déterminer l'expression de  $\Delta_r G^\circ(T)$  entre  $923 \text{ K}$  et  $1363 \text{ K}$  sans faire d'approximation.

Déterminer  $\Delta_r G^\circ(T)$  à toute température dans le cadre de l'approximation d'Ellingham et tracer la courbe  $\Delta_r G^\circ(T)$  en fonction de  $T$  .

## EXOS ELECTROMAGNETISME: ELECTROSTATIQUE SPE (à partir de la semaine 18)

### EXOS ELECTROSTATIQUE SPE

#### 1) Sphère conductrice dans un condensateur plan



On considère l'espace vide interarmatures dans un condensateur plan. L'une des armatures métalliques occupe l'espace  $z > e/2$  et l'autre occupe l'espace  $z < -e/2$ . La surface d'une armature est  $S$ . On néglige les effets de bords. On donne  $V = -U/2$  pour  $z \geq e/2$  et  $V = U/2$  pour  $z \leq -e/2$  avec  $U > 0$ .

Déterminer l'expression du potentiel  $V$  entre les armatures. Déterminer la valeur du potentiel en  $O$  noté  $V_0$ .

Déterminer l'expression du champ  $\vec{E}$

en tout point. Déduire de la question précédente la capacité du condensateur.

On place une sphère (creuse ou pleine) métallique, non chargée, de rayon  $R$ , de centre  $O$ , dans le champ électrostatique du condensateur. On supposera que la répartition de charge sur le condensateur ne subit aucune modification. Que peut-on dire de la charge de la sphère à l'équilibre électrostatique? Pour calculer le potentiel de cette sphère, on calcule le potentiel en  $O$ . Montrer que la sphère est au potentiel  $V_0$ .

On admet que dans la région extérieure à la sphère métallique, le champ et le potentiel sont les mêmes que si l'on remplaçait la sphère par un dipôle électrostatique  $\vec{p} = p\vec{u}_z$  au point  $O$ .

Étudier l'équipotentielle  $V = V_0$  dans ce problème sphère-dipôle et en déduire l'expression du moment dipolaire de la sphère et l'expression du champ à l'extérieur de la sphère. Pour le problème: dipôle dans un champ uniforme, représenter les lignes de champ et les équipotentiels. Déterminer les charges apparues sur la sphère. Déterminer par calcul le champ créé à l'intérieur de la sphère par la méthode des couches de glissement. Conclure.

On se propose de calculer directement le moment dipolaire de la sphère chargée par une densité de charge  $\sigma_0 \cos(\theta)$ . On associe deux à deux les éléments de surface  $dS$  et  $dS'$  symétriques par rapport au plan équatorial  $z=0$ . Calculer le moment dipolaire élémentaire  $\vec{d}p$  d'un tel doublet. En déduire le moment dipolaire total de la sphère. Conclure.

#### 2) Capacités classiques

##### 2a) Condensateur plan

La première armature se trouve en  $z=0$ . Sa charge totale est désignée  $Q$  et son potentiel par  $V_1$ . La seconde armature est en  $z=e$  et son potentiel vaut  $V_2$ . On pose  $U = V_1 - V_2$ . La surface en regard des armatures est  $S$ . On néglige les effets de bords.

*Méthode 1* en partant des charges:

On désigne par  $\sigma$  la densité surfacique de charge sur l'armature 1. Justifier qu'elle est uniforme.

Justifier que la densité de charge sur l'armature 2 vaut  $-\sigma$ .

En déduire l'expression de  $\vec{E}$  en fonction de  $\sigma$  (et des autres grandeurs de l'énoncé).

En déduire l'expression de  $U$  en fonction de  $\sigma$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 1'* en partant du potentiel:

Étudier les symétries pour le potentiel et déduire son expression de l'équation de Laplace connaissant  $V_1$  et  $V_2$ .

En déduire l'expression de  $\vec{E}$  en fonction de  $U$  (et des autres grandeurs de l'énoncé).

En déduire  $\sigma$  et  $Q$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 1''* En partant du champ:

Étudier les symétries pour le champ et préciser sa dépendance par rapport à  $z$  en partant des équations de Maxwell.

En déduire la forme de  $Q$  et de  $U$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 2* Déterminer la capacité  $C$  par une méthode énergétique

### 2b) Condensateur sphérique

La première armature (intérieure) est une sphère de rayon  $r=R_1$ . Sa charge totale est désignée

$Q$  et son potentiel par  $V_1$ . La seconde armature (extérieure) est une sphère concentrique de rayon intérieur  $r=R_2$  et de rayon extérieur  $r=R'_2$ , son potentiel vaut  $V_2$ . On pose

$$U = V_1 - V_2.$$

*Méthode 1* en partant des charges:

Déterminer l'expression de  $\vec{E}$  en fonction de  $Q$  (on étudiera d'abord les symétries).

En déduire l'expression de  $U$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 1'* en partant du potentiel:

Étudier les symétries pour le potentiel et déduire son expression de l'équation de Laplace connaissant  $V_1$  et  $V_2$ .

En déduire l'expression de  $\vec{E}$ .

En déduire  $\sigma$  et  $Q$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 1''* En partant du champ:

Étudier les symétries pour le champ et préciser sa dépendance par rapport à  $r$  en partant des équations de Maxwell.

En déduire la forme de  $Q$  et de  $U$ .

En déduire la capacité  $C$ .

*Méthode 2* Déterminer la capacité  $C$  par une méthode énergétique

Question supplémentaire: quelle est la charge totale de l'armature 2 en fonction des potentiels. Cette charge totale serait conservée mais se répartirait différemment dans une expérience où l'armature 2 est isolée.

### 2c) Condensateur cylindrique

La première armature (intérieure) est un cylindre de rayon  $r=R_1$  et d'axe  $Oz$ . Sa charge totale pour une hauteur  $H$  est désignée  $Q = \Lambda H$  et son potentiel par  $V_1$ . La seconde armature (extérieure) est un cylindre coaxial de rayon intérieur  $r=R_2$  et de rayon extérieur  $r=R'_2$ , son potentiel vaut  $V_2$ . On pose  $U = V_1 - V_2$ . On néglige les effets de bords selon  $z$ .

*Méthode 1* en partant des charges:

Déterminer l'expression de  $\vec{E}$  en fonction de  $Q$  (on étudiera d'abord les symétries).

En déduire l'expression de  $U$  .

En déduire la capacité  $C = \Gamma H$  (  $\Gamma$  désigne la capacité linéique ).

*Méthode 1'* en partant du potentiel:

Étudier les symétries pour le potentiel et déduire son expression de l'équation de Laplace connaissant  $V_1$  et  $V_2$  .

En déduire l'expression de  $\vec{E}$  .

En déduire  $\sigma$  et  $Q$  .

En déduire la capacité  $C$  .

*Méthode 1''* En partant du champ:

Étudier les symétries pour le champ et préciser sa dépendance par rapport à  $r$  en partant des équations de Maxwell.

En déduire la forme de  $Q$  et de  $U$  .

En déduire la capacité  $C$  .

*Méthode 2* Déterminer la capacité  $C$  par une méthode énergétique

# EXOS THERMO MATHS SUP: STATIQUE DES FLUIDES (non traité)

## 1) Pression au centre d'une planète

On considère une planète constituée d'eau liquide supposée incompressible de masse volumique  $\rho$ . Elle n'est soumise qu'à son propre champ de gravitation.

Quelle est la forme de cette planète?

Trouver un équivalent du théorème de Gauss de l'électrostatique pour le champ gravitationnel  $\vec{G}$ .

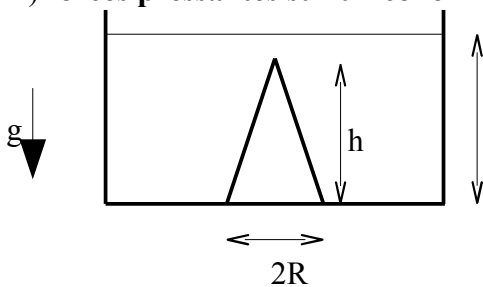
Exprimer la pression au centre de la planète.

A.N.

- Constante de gravitation:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$
- Masse volumique:  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Pression au centre:  $P = 10^5 \text{ Pa}$

Que peut-on calculer?

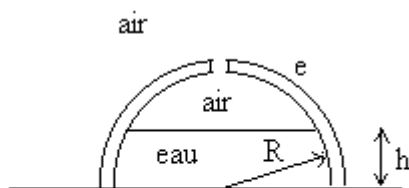
## 2) Forces pressantes sur un cône immergé



Déterminer par calcul direct la résultante des forces pressantes exercées par l'eau sur la surface supérieure d'un cône immergé.

Retrouver le résultat en utilisant la notion de poussée d'Archimède

## 3) Cloche emplie d'eau (exercice oral CCP 2012 Saint-Rémi: Nicolas Giammetta)



Une cloche hémisphérique ( rayon  $R$ , épaisseur  $e \ll R$ , masse  $m$  ) repose sur un plan horizontal.

Elle contient de l'eau jusqu'à une hauteur  $h$ . Un orifice pratiqué au sommet permet de maintenir la pression atmosphérique à l'interface eau/air.

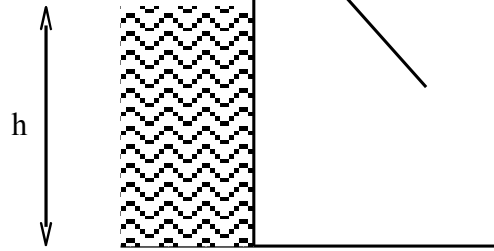
L'épaisseur de paroi  $e$  est suffisamment faible pour considérer comme identiques les surfaces intérieure et extérieure de la cloche. Montrer qu'il existe une hauteur critique au delà de laquelle l'équilibre est

rompu (la cloche se soulève). Application numérique : cloche en verre de densité telle que  $d = 2,5$   $e/R = 0,02$

## 4) Barrage

Pour calculer la force exercée par l'eau sur une paroi d'un barrage, on ne tient compte ici que de la pression différentielle (pression due à l'eau – pression atmosphérique  $P_0$ ) pour tenir compte du fait que la pression atmosphérique s'exerce de l'autre côté. La masse volumique de l'eau est supposée constante  $\rho$ , l'accélération de la pesanteur est  $g$ . Un mur de





barrage arrête de l'eau sur une hauteur  $h$  et une largeur  $\ell$ . Calculer la poussée (résultante des forces pressantes subies par le barrage) et déterminer son point d'application (centre de poussée).

5) Exercices oraux sur le net

**EXOS OPTIQUE PHYSIQUE: CHEMIN  
OPTIQUE (à mettre à jour)**

**EXOS OPTIQUE PHYSIQUE:  
INTERFERENCES A 2 ONDES ET  
COHERENCE (à mettre à jour)**

**EXOS OPTIQUE PHYSIQUE: MICHELSON**  
**(en cours)**

## EXOS ELECTROMAGNETISME: INDUCTION (semaine 21)

1) Bobine fixe dans un champ magnétique sinusoïdal

Une bobine plate circulaire, d'axe  $Oz$ , comportant  $N$  spires de rayon  $a$ , possède une résistance  $R$  et une inductance propre  $L$ . Elle est placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}(t) = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ .

Exprimer la force électromotrice induite.

Déterminer l'intensité du courant induit dans la spire en régime forcé sinusoïdal.

2) Déplacement dans un champ magnétique permanent

Une tige de masse  $m$ , de résistance  $R$ , peut glisser, sans frottements, sur deux rails conducteurs horizontaux parallèles, distants de  $a$ , reliés entre eux à une extrémité par un conducteur. Les résistances autres que  $R$  sont négligeables. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et permanent vertical  $\vec{B}$ .

On lance la tige à la vitesse  $\vec{v}_0$  parallèle aux rails.

Prévoir, en utilisant la loi de Lenz, le sens du courant induit.

Écrire l'équation électrique et l'équation mécanique du problème (on négligera les effets dus au champ propre).

Résoudre pour trouver la vitesse.

Déterminer l'instant où la tige s'arrête et indiquer la distance totale parcourue alors.

Écrire le bilan électromagnétique, le bilan mécanique et le bilan électromécanique.

3) Courants de Foucault dans un cylindre fixe

On considère un conducteur ohmique cylindrique de rayon  $a$  et de longueur  $l$  selon son axe  $Oz$ . Le cylindre est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}_{ext} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$  uniforme, variant sinusoïdalement.

Expliquer le phénomène donnant lieu à un échauffement du cylindre.

Étudier les symétries puis en déduire la densité volumique de courant  $\vec{j}$  (courants de Foucault) due à  $\vec{B}_{ext}$ . Calculer la puissance moyenne qui apparaît sous forme thermique (pertes fer).

On remplace le barreau par  $N$  barreaux de même volume global. Montrer que les pertes fer diminuent. Citer une application de ce résultat.

On n'a pas tenu compte du champ dû aux courants de Foucault. En considérant l'expression précédente pour  $\vec{j}$ , déterminer ce champ propre et en déduire à quelle condition le résultat précédent est acceptable.